



2020 年山东专升本高等数学 (二) 真题及答案

一、单项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 以下函数是无穷小量的是_____.

- A. $x^2 + 1$ B. $\sqrt{x+1}$ C. $\sin x$ D. $\cos x$

2. 以直线 $y=0$ 为水平渐近线的是_____.

- A. $y=e^x$ B. $y=\ln x$ C. $y=\tan x$ D. $y=x^3$

3. 若 $\int_a^b f(x) dx = 2$, $\int_a^b g(x) dx = 1$, 则 $\int_a^b [3f(x) - 2g(x)] dx =$ _____.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{2x + \sin x}{e^y}$ 的通解为_____.

- A. $e^y = x^2 + \cos x + C$ B. $e^y = x^2 - \cos x + C$

- C. $e^y = x^2 + \sin x + C$ D. $e^y = x^2 - \sin x + C$

5. 已知函数 $f(x, y)$ 在 R^2 上连续, 设 $I = \int_0^1 dy \int_{y^2}^{3-2y} f(x, y) dx$, 则交换积分次序后 $I =$ _____.

A. $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{3-x}{2}} f(x, y) dy$

B. $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{3-2x} f(x, y) dy$

C. $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{3-2x} f(x, y) dy$

D. $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{3-x}{2}} f(x, y) dy$

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 的定义域为_____.

7. 已知函数 $f(x) = x^3 + 3x - 2$, $g(x) = \tan x$, 则 $f\left[g\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] =$ _____.

8. 曲线 $y = 2x + \ln x$ 在点 $(1, 2)$ 处切线的斜率为_____.

9. 曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $x=1$, $x=3$ 及 x 轴所围成的图形的面积为_____.

10. 已知函数 $z = x^2 \arctan(2y)$, 则全微分 $dz =$ _____.



三、解答题（本大题共 8 小题，每小题 7 分，共 56 分）

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x - 2} \right)$.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^3}$.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - b, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ ae^x + b, & x < 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续，求实数 a, b 的值.

14. 求不定积分 $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx$.



15. 求定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \cos x dx$.

16. 求微分方程 $y' + y = e^x + 1$ 的通解.



17. 已知函数 $z = x \sin \frac{y}{x}$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

18. 计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$, 其中 D 是由 $y = x, y = 5x, y = -x + 6$ 所围成的闭区域.

四、应用题与证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

19. 假设某产品的市场需求量 Q (吨) 与销售价格 P (万元) 的关系为 $Q(P) = 45 - 3P$, 其总成本函数为 $C(Q) = 20 + 3Q$, 求 P 为何值时利润最大, 最大利润为多少?

20. 设函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上连续, 在 $(1, 2)$ 内可导, 且 $f(1) = 4f(2)$, 证明存在 $\xi \in (1, 2)$, 使得 $2f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$.