2020 年山东专升本高等数学（一）真题及答案

一、单项选择题

1．当 $x \to 0$ 时，以下函数是无穷小量的是

A．e^x　　B．$\ln(x+2)$　　C．$sinx$　　D．$cosx$

2．平面 $2x-3y+4z=8$ 与与直线$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z}{4}$的位置关系是

A．平行　　B．垂直　　C．相交但不垂直　　D．直线在平面上

3．微分方程 $y''+7y'-8y=0$ 的通解为

A．$y=C_1e^{-x}+C_2e^{8x}$　　B．$y=C_1e^{-x}+C_2e^{-8x}$

C．$y=C_1e^{x}+C_2e^{8x}$　　D．$y=C_1e^{x}+C_2e^{-8x}$

4．曲线 $y=2x^3+3x^2-1$ 的拐点是

A．$\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　C．$(-1,0)$　　D．$(0,-1)$

5．以下级数收敛的为

A．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-1}{n^3+2n^2}$　　B．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi}{3}$　　C．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$　　D．$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2n^2+1}$

二、填空题

6．函数 $f(x)=\sqrt{\frac{x}{3}-1}$的定义域为____________．

7．曲线 $y=\frac{1}{x}+2\ln x$在点$(1,1)$点处的切线方程为____________．

8．若$\int_a^b f(x)dx=1$，$\int_a^b[2f(x)+3g(x)]dx=8$，则$\int_a^b g(x)dx=$____________．

9．已知两点 $A(-1,2,0)$和 $B(2,-3,\sqrt{2})$,则与向量 AB 同方向的单位向量为 ____________．

10． 已知函数 $f(x,y)$在R^2上连续，设 $I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{2-x} f(x,y)dy$，则交换积分顺序后 $I=$____________．

三、解答题

11．求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3+3x^2}{x^2+x+2}-x$

12． 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x \sin t^2\,dt}{x^3}$

13．求不定积分$\int\frac{\sqrt{x}+\ln x}{x}dx$

14．求过点$(1,-2,2)$且与两平面$x+2y-z=1$和$2x+y+3z=2$都垂直的平面方程.

15．已知函数 $z = x\sin\frac{y}{x}$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

16．计算二重积分$\iint_D cos(x^2+y^2)dxdy$，其中 D 是由直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x, y=\sqrt{3}x$ 与圆$x^2+y^2=\frac{\pi}{2}$所围成的第一象限的闭区域．

17．求微分方程$y'+y=e^x+x$ 的通解．

18．求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+2}}{n+1}$的收敛域及和函数．

19．求曲线$y=-x^2+4$与直线$y=-2x+4$所围成图形的面积．

20．证明：当$x>1$时，$x+\ln x>4\sqrt{x}-3$.

21．设函数$f(x)$在$[0,1]$上连续，且$f(1)=1$，证明：对于任意$\lambda\in(0,1)$，存在$\xi\in(0,1)$，使得$f(\xi)=\frac{\lambda}{\xi^2}$.